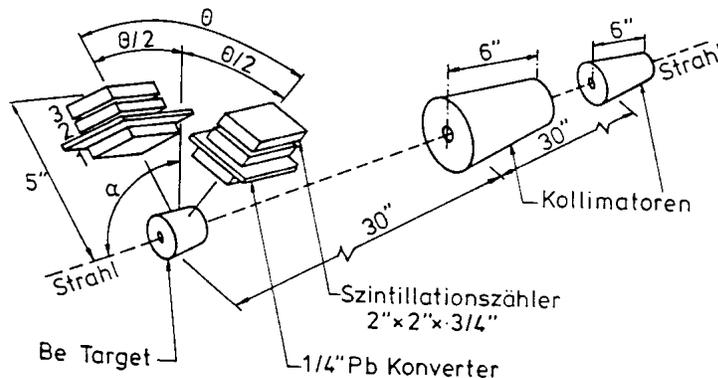


Aufgabe 1: Bei der am 23.2.87 beobachteten Explosion einer Supernova in der Magellan'schen Wolke wurden Neutrinos (neutrale Elementarteilchen) emittiert. Neutrinos einer Gesamtenergie von 10 MeV erreichten die Detektoren auf der Erde mit einer Verzögerung von $\Delta t = 5$ s gegenüber dem Licht. Wie groß ist die Masse der Neutrinos bei einer Entfernung der Magellan'schen Wolke von der Erde von 150000 Lichtjahren unter der Annahme einer gleichzeitigen Erzeugung von Photonen und Neutrinos? (1 Lichtjahr = $0.946 \cdot 10^{16}$ m)

Aufgabe 2: Berechnen Sie die Gesamtenergie, kinetische Energie und die Geschwindigkeit eines Protons für Impulse zwischen 100 MeV und 10 GeV in Form einer Grafik.

Aufgabe 3: Die gezeigte Abbildung stellt den schematischen Versuchsaufbau zum Nachweis des neutralen π -Mesons ($m_{\pi^0} = 135$ MeV) über den dominanten ($\approx 99\%$) Zerfall $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ dar.

- Leiten Sie einen Zusammenhang zwischen dem halben Öffnungswinkel $\Theta/2$ und den Energien E_1, E_2 der in den Zählern nachgewiesenen Photonen γ im Laborsystem ab.
- Wie groß ist der minimale Öffnungswinkel zwischen den beiden Photonen im Laborsystem in Abhängigkeit von der Gesamtenergie E_π des zerfallenden Pions?
- Bestimmen Sie den maximal möglichen Transversalimpuls eines Photons in Bezug auf die Flugrichtung des Pions.



Aufgabe 4: Beweisen Sie die Beziehung

$$|\mathbf{p}^*| = \frac{S_{12}}{2\sqrt{s}}$$

mit

$$S_{12} = \sqrt{(s - (m_1 + m_2)^2)(s - (m_1 - m_2)^2)} ,$$

für den Betrag der Impulse im Schwerpunktsystem (oder den Betrag der Impulse beim Zerfall eines Teilchens der Masse $M = \sqrt{s}$), indem Sie nur Invarianten benutzen. Zeigen Sie dazu zunächst, daß die Energie eines Teilchens im Ruhesystem eines anderen Teilchens durch

$$E_i^* = \frac{P \cdot p_i}{M}$$

gegeben ist.

Aufgabe 5: Bestimmen Sie die den Impulsbetrag im Schwerpunktsystem in nicht-relativistischer Näherung durch den entsprechenden Grenzübergang.

Aufgabe 6: Wie groß ist die gesamte (nichtrelativistische) kinetische Energie des Schwerpunktsystems?

Aufgabe 7: Welche Energie muß ein Pion haben, um die Δ -Resonanz ($M = 1.235$ GeV) anregen zu können? Leiten Sie aus dieser Formel die Energie eines Photons ab, das einen Zustand mit dem Energieunterschied ΔE zum Grundzustand eines Kernes anregen kann. Wann gilt die Näherung $E_\gamma = \Delta E$?

Aufgabe 8: Welche der folgenden Teilchenprozesse sind erlaubt? (Begründung!)

$$\begin{aligned} \pi^0 &\longrightarrow e^+e^- \\ p &\longrightarrow ne^+\nu_e \\ K^+n &\longrightarrow \Sigma^+\pi^0 \\ e^+e^- &\longrightarrow 2\gamma \\ \pi^-p &\longrightarrow p\bar{p} \\ \pi^+p &\longrightarrow pK^+ \\ K^-p &\longrightarrow \Lambda\pi^0 \\ \Sigma^0 &\longrightarrow \Lambda\gamma \\ \pi^+ &\longrightarrow e^+\gamma \\ \nu_\mu n &\longrightarrow e^-p \\ \nu_\mu n &\longrightarrow \mu^-p \end{aligned}$$

Hinweis: $\Sigma^0 = (uds)$, $\Sigma^+ = (uus)$

Aufgabe 9:

a) Zeigen Sie mit Hilfe von Energie- und Impulssatz, daß ein masseloses Teilchen nicht in zwei massive Teilchen zerfallen kann (z.B. $\gamma \longrightarrow e^+e^-$) beziehungsweise Reaktionen $e^- \longrightarrow e^-\gamma$ nicht möglich sind.

b) Wie kann bei einer Reaktion, in der ein Photon γ ausgetauscht wird (z.B. $e^-p \longrightarrow e^-p$), der Energie- und Impulssatz doch erfüllt werden?

c) Kann ein masseloses Teilchen in zwei masselose übergehen?

Aufgabe 10:

Betrachten Sie einen 2-Körper-Streuprozess $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$. Die vom Bezugssystem unabhängigen sogenannten Mandelstam-Variablen s , t und u sind über die Viererimpulse p_i ($i = 1, \dots, 4$) der beteiligten Teilchen wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 \\ t &= (p_1 - p_3)^2 \\ u &= (p_1 - p_4)^2 \end{aligned}$$

Zeigen Sie die Gültigkeit der Beziehung

$$s + t + u = \sum_{i=1}^4 m_i^2,$$

wobei m_i ($i = 1, \dots, 4$) die Massen der vier Teilchen bezeichnen.

Aufgabe 11:

Die kosmische Mikrowellenstrahlung (2.7 K Strahlung) stellt ein Photonengas mit einer Dichte von 400 Photonen/cm³ dar. Wie groß muß die Energie von Protonen sein, um in γp -Reaktionen mindestens ein Pion zu erzeugen? Wie groß ist die freie Weglänge der Protonen bei einem mittleren Wirkungsquerschnitt von 50 mb?

Aufgabe 12: Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Schwerpunktsystem beim ep -Speicherring HERA ($E_p = 820$ GeV, $E_e = 28.5$ GeV)?

Aufgabe 13: An e^+e^- -Speicherringen benutzt man zur Luminositätsbestimmung sogenannte Monitorreaktionen, wie z.B. die elastische Reaktion $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$ (Bhabhastreuung). Die Strahlenergie der beiden einlaufenden Teilchen betrage 20 GeV. Bezeichne weiter s die quadrierte Schwerpunktsenergie und θ den Streuwinkel eines Leptons.

a) Bestimmen Sie die Luminosität L unter den Annahmen, daß Sie mit einem zylindersymmetrischen Detektor bzgl. der Strahlachse im Polarwinkelbereich θ von 1° bis 3° messen und die gemessenen Zählrate 5 Hz beträgt. Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist gegeben durch:

$$\frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-)}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{s} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)} \quad (\text{Relativistische Kleinwinkelnäherung})$$

b) Welche Zählrate für die Reaktion $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ erwarten Sie im gleichen Raumwinkelbereich?

$$\frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s} (1 + \cos^2(\theta)) \quad (\text{Relativistische Näherung})$$

Aufgabe 14: Die Luminosität L eines Speicherrings ist alleine durch die Speicherringparameter bestimmt. Die Teilchen in einem Paket sind in der Ebene senkrecht zur Strahlachse Gauß-verteilt:

$$\rho_i(x, y) = N_i \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)$$

Dabei beschreiben N_i ($i = 1, 2$) die Anzahl der Teilchen pro Paket in einem Strahl und σ_x, σ_y die Breiten der Teilchendichten ρ_i .

a) Zeigen Sie, daß daraus unter der Annahme frontal (und zentral) kollidierender Teilchenpakete und mit der Umlauffrequenz f der n Pakete für die Luminosität folgt:

$$L = fn \frac{N_1 N_2}{4\pi\sigma_x\sigma_y}$$

b) Berechnen Sie die „typische“ Luminosität für die vorgesehenen Parameter des LHC (Large-Hadron-Collider), in welchem ab dem Jahre 2004 Proton mit Protonen bei einer Schwerpunktsenergie von 14 TeV kollidieren sollen: $n = 2835$, $N_{1,2} = 10^{11}$, $\sigma_x = 15 \mu\text{m}$, $\sigma_y = 15 \mu\text{m}$ und $f = 1.6 \times 10^4$ Hz.

Aufgabe 15: Ein Quadrupol der Länge 1 m und dem Feldgradienten 10 T/m werde einem achsenparallelen Strahl von Elektronen mit einem Impuls von 5 GeV ausgesetzt.

- In welcher Entfernung hinter dem Quadrupol gibt es einen Fokus für eine Koordinate?
- Wie weit ist der Strahl an diesem Punkt in der dazu senkrechten Richtung aufgespreizt?
- Wieviele Amperewindungen muß die Eisen(!)-Spule haben, wenn die Apertur des Quadrupols 10 cm beträgt?

Aufgabe 16: (z.B. für Maple-Freunde) Zeigen Sie, daß ein Dublett aus einem fokussierenden und einem defokussierenden Quadrupol gleicher Länge und Stärke, einen Punkt im Abstand L vor dem ersten Quadrupol auf einen Punkt im Abstand L nach dem letzten Quadrupol in beiden Koordinaten abbildet.

Aufgabe 17: Sie sollen einen Solenoid Magneten für ein Collider Experiment entwerfen. Er soll einen Durchmesser von 1 m, eine Länge von 4m und ein Feld von 1,256 T haben. a) Wieviele Amperewindungen (nI) brauchen Sie? b) Welche elektrische Leistung ist nötig, falls die Leiter mit einer Stromdichte von 20 A/mm² belastet werden? c) Wie dick wird die Spule mindestens werden, falls eine ideale Packung der Wicklung vorausgesetzt wird?

Aufgabe 18: In der Vorlesung wurde die Beziehung

$$\sigma(1/R) = \frac{\sigma_x}{L^2} \sqrt{\frac{720}{N+4}}$$

für den Fehler der Krümmung einer Spur der Länge L mit N Meßpunkten angeben.

a) Bestimmen Sie den Koeffizienten a in der Beziehung

$$\frac{\sigma(p_T)}{p_T} = a p_T$$

für die Impulsauflösung.

b) Wieviele Punkte auf einer Spur mit $L = 1$ müssen in einem Feld von 1, 2 T bei einer Ortsauflösung von $500 \mu\text{m}$ mindestens gemessen werden, damit $a = 0,4\%/GeV$ gilt?

Aufgabe 19: Zeigen Sie, daß elektrische Linsen für relativistische Teilchen uneffektiv sind, indem Sie das elektrische Feld bestimmen, das die Lorentzkraft in einem Feld von 1 T kompensiert.

Aufgabe 20: Beweisen Sie die Anti-Vertauschungsrelationen der Dirac-Matrizen:

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$$

Sie können diese auch mit MAPLE verifizieren! Hierzu können sie von der Web-Seite <http://mozart.physik.rwth-aachen.de/Buchneu/maple.html> ein Programmpaket namens „heppack5.txt“ herunterladen. Für einen ersten Test wird Ihnen „basics.txt“ bereit gestellt.

Aufgabe 21:

a) Drücken Sie γ^5 durch das zugehörige Produkt von γ -Matrizen mit unterem Index aus.

b) Beweisen Sie die folgenden Relationen mit Hilfe der Anti-Vertauschungsrelationen der Dirac-Matrizen:

$$\gamma^\mu \gamma^5 + \gamma^5 \gamma^\mu = 0$$

$$(\gamma^5)^2 = 1$$

c) Beweisen Sie die Relation $\Pi^\pm \Pi^\pm = \Pi^\pm$.

Aufgabe 22: Beweisen Sie die Stromerhaltung $\partial_\mu j^\mu = 0$ für einen Dirac-Strom j^μ . Leiten Sie daraus die Ladungserhaltung ab.

Aufgabe 23: Diskutieren Sie den Vektorstrom $j^\mu = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)$ der Dirac-Theorie für den nichtrelativistischen Grenzfall, und vergleichen Sie das Resultat mit dem Schrödingerstrom.

Aufgabe 24: Ein Elektron bewege sich in der Richtung Θ, Φ . a) Berechnen Sie explizit den Spinor, falls der Spin im Ruhesystem entlang der negativen z -Achse steht. b) Berechnen Sie explizit den Spinor, falls die Helizität $1/2$ beträgt.

Aufgabe 25: Angenommen, es gäbe nur linkshändige Elektronen (Myonen) und ihre rechtshändigen Antiteilchen. Wie sieht dann die Winkelverteilung der Annihilation, der Streuung $e^- \mu^-$ und der Streuung $e^- \mu^+$ aus?

Aufgabe 26: In der Vorlesung wurde der Zusammenhang

$$\alpha(q^2) = \frac{\alpha}{1 - (\alpha/3\pi) \ln(|q^2|/m^2)}$$

angegeben. a) Drücken Sie $\alpha(q^2)$ durch $\alpha(\mu_R^2)$ aus, wobei μ_R eine beliebige andere Skala ist. b) Berechnen Sie $\alpha^{-1}(M_Z^2)$. c) Berechnen Sie $\alpha^{-1}(M_Z^2)$, falls auch die Beiträge der μ - und τ -Schleifen berücksichtigt werden. Dazu ersetzen Sie den Logarithmus in obiger Formel durch $\sum_i \ln(|q^2|/m_i^2)$.

Aufgabe 27: Wie lautet der totale Wirkungsquerschnitt der Elektron-Myon-Streuung, wenn das Photon eine kleine Masse hat? Hinweis: Ersetzen Sie den Propagator $1/q^2$ durch $1/(q^2 + \lambda^2)$.

Aufgabe 28: Bei Berücksichtigung der Massen gilt für die Matrixelemente der Annihilation

$$\overline{\sum} |T_{fi}|^2 = 2e^4 \frac{2t_0^2 + s^2 + 2ts}{s^2}$$

mit $t_0 = t - m_e^2 - M_\mu^2$. Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ der Reaktion $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ als Funktion der Strahlenergie und des Streuwinkels im Schwerpunktsystem für $m_e = 0$.

Aufgabe 29: Berechnen Sie $d\sigma/dy$ für die Elektron-Myon Streuung unter Benutzung der Formel für die Matrixelemente aus der letzten Aufgabe. Skizzieren Sie den Weg, wie daraus $d\sigma/d\Omega$ für die Streuung an ruhenden Myonen gewonnen werden kann, indem Sie sich die Bedeutung von y im Ruhesystem des Myons klarmachen.

Aufgabe 30: Beweisen Sie die Beziehung

$$y_{max} = \beta^2 \frac{s_0}{s},$$

mit $s_0 = s - M^2 - m^2$.

Aufgabe 31: Berechnen Sie die Energie der Photonen bei der Streuung von rotem Laserlicht an 100 GeV-Elektronen in Rückwärtsrichtung.

Aufgabe 32: Leiten Sie den Wirkungsquerschnitt für die Thomson-Streuung mit Methoden der klassischen Physik ab.

Aufgabe 33: In einem e^- -Speicherring läuft ein Strahl der Energie 30 GeV um. Das Vakuum in der Kammer werde als beliebig gut angenommen. Die Elektronen werden an den thermischen Photonen der Vakuumkammer gestreut ($T = 300$ K). Wie groß ist die Lebensdauer des Strahls?