

Aufgabe 1: Konstruieren Sie die Drehmatrizen für eine Drehung um die z -Achse explizit für aktive und passive Drehungen.

Aufgabe 2: Ordnen Sie den Nukleon-Nukleon-Zuständen (z.B. $|NN\rangle = |pn\rangle$) Iso-spinzustände zu. Kann das Deuteron ($S = 1, l = 0$) zum Isotriplett gehören?

Aufgabe 3: Untersuchen Sie

$$\hat{j}_{\pm}|j; j_3\rangle = \alpha_{\pm}|j; j_3 \pm 1\rangle$$

mit $\alpha_{\pm} = \sqrt{(j \mp j_3)(j \pm j_3 + 1)}$ für $|j; j_3\rangle = |1; 1\rangle, |1; 0\rangle$ und $|0; 0\rangle$ und interpretieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 4: Beweisen Sie

$$e^{-i\frac{\Theta}{2}\mathbf{n}\sigma} = \cos\frac{\Theta}{2}1 - i\sin\frac{\Theta}{2}\mathbf{n}\sigma ,$$

wobei σ_i die Paulischen Spinmatrizen sind.

Aufgabe 5: Wie lauten die Farbfaktoren für die Streuprozesse $u_B d_G \rightarrow u_B d_G$ bzw. $u_B d_G \rightarrow u_G d_B$?

Aufgabe 6: Wie lautet der Farbfaktor eines Quark-Antiquark-Zustandes im Farb-oktett?

Aufgabe 7: Wie lautet der Farbfaktor für die Streuung eines roten an einem roten Quark?

Aufgabe 8 Zeigen Sie durch Anwendung der Leiteroperatoren $F_1 \pm iF_2$ etc. auf die total antisymmetrische Kombination von 3 farbigen Quarks, daß es sich hier um ein Farb-Singulett handelt.

Aufgabe 9: Zeigen Sie, daß in Zuständen aus drei farbigen Quarks $|q^i q^j q^k\rangle$ genau zehn symmetrische Kombinationen enthalten sind und konstruieren Sie diese.

Aufgabe 10: Konstruieren Sie das Oktett aus drei farbigen Quarks, indem Sie als Antitriplett $|\epsilon_{ijk} q^j q^k\rangle$ wählen und dieses mit einem Triplet kombinieren.

Aufgabe 11: Bei welchem Impulsübertrag und Abstand werden die laufende elektromagnetische und die laufende starke Kopplung gleich groß? Die Schwellen zur Erzeugung neuer Teilchen können bei dieser Abschätzung vernachlässigt werden.

Aufgabe 12: Wie lautet die Flavorwellenfunktion des Flavoursinguletts aus u, d, s Quarks?

Aufgabe 13: Suchen Sie eine lineare Transformation (Drehung der Zustände) des unitären Singulett und des unitären Oktetts mit $Y = I_3 = 0$, die diese Zustände in die Isosingulett ω und ϕ überführt. Wie groß ist der Mischungswinkel?

Aufgabe 14: Beweisen Sie die Massenrelation

$$M_\Lambda + M_\Sigma = M_N + M_\Xi$$

im additiven Quarkmodell für das Oktett der Baryonen. Ist die Relation numerisch erfüllt?

Aufgabe 15: In einer Spin-Paritätsreihe kommen nach den $J^{PC} = 1^{--}$ die 2^{++} -Mesonen mit $L = 1$. Suchen Sie in der Tabelle der Elementarteilchen (http://pdg.web.cern.ch/pdg/2000/contents_tables.html) a) die Partner von ρ - und ω -Mesonen, b) die Partner der K^* Mesonen und c) den Partner des ϕ -Mesons. Bestimmen Sie die Differenzen der Massenquadrate.

Aufgabe 16: Die Λ -Baryonen bilden eine besonders schöne Spin-Paritätsreihe ($\frac{1}{2}^+, \frac{3}{2}^-, \dots$). Suchen Sie die Zustände in der Tabelle der Teilchen und tragen die Quadrate der Massen gegen den Spin auf. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Resultat der letzten Aufgabe.

Aufgabe 17: Bestimmen Sie die Streuamplitude der Reaktion $\mu_R^- \mu_L^+ \rightarrow e_R^- e_L^+$ im Schwerpunktsystem der Reaktion für den Grenzfall verschwindender Impulse der Myonen und verschwindender Masse der Elektronen.

Aufgabe 18: Bestimmen Sie $|R_S(0)|$ aus den leptonischen und hadronischen Zerfallsbreiten des ϕ - und des J/ψ -Mesons und diskutieren Sie das Ergebnis.

Aufgabe 19: Erweitern Sie die van Royen-Weisskopf-Formel auf Mesonen, die nicht nur aus einer Sorte Quarks bestehen. Was erwarten Sie für das Verhältnis der leptonischen Zerfallsbreiten von ρ^0 und ω ?

Aufgabe 20: Die pseudoskalaren Mesonen π^0, η, η' zerfallen u.a. in zwei Photonen. Wie verhalten sich diese Zerfallsbreiten, falls der Zerfall auf die Vernichtungsreaktion $q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma$ zurückgeführt werden kann? Nehmen Sie vereinfachend an, daß die Streuamplituden sich nur durch die Ladungsfaktoren unterscheiden und daß η, η' ein Flavor-Singulett bzw. Flavoroktett mit $Y = I = 0$ bilden.

Aufgabe 21: In der Reaktion $e^- e^+ \rightarrow q\bar{q}g$ von Leptonen der Energie E in 3 masselose Partonen gilt der Energiesatz $x_1 + x_2 + x_3 = 2$ mit $x_i = E_i/E$. Stellen Sie den Impulssatz auf und zeigen Sie, daß für $x_1 \rightarrow 1$ bzw. $x_2 \rightarrow 1$ das Gluon collinear zum Antiquark bzw. Quark wird.

Aufgabe 22: Zeichnen Sie Ereignisbilder für a) $x_1 = x_2 = 2/3$ b) $x_1 = x_2 = 0.85$, c) $x_1 = 0.85, x_2 = 0.65$. Stellen Sie hierzu die Impulse der Partonen durch Pfeile dar.

Aufgabe 23: Für den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $e^-e^+ \rightarrow q\bar{q}g$ gilt

$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2} = \sigma_0 \frac{2\alpha_S}{3\pi} f(x_1, x_2) \quad (1)$$

mit

$$f(x_1, x_2) = \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} . \quad (2)$$

Wie groß ist das Integral des Querschnitts in den Grenzen $0 \leq x_1, x_2 \leq 0.9$? Welchem Bruchteil des totalen Querschnitts entspricht dies? Hinweis: Ersetzen Sie x_i durch $1 - z_i$ und benutzen Sie MAPLE zum Integrieren.

Aufgabe 24: Welche Luminosität brauchen Sie, um in e^-e^+ -Reaktionen der Schwerpunktsenergie 400 GeV 1000 *top*-Quarks/Jahr zu erzeugen? ($m_t = 175 \text{ GeV}$) Berücksichtigen Sie in dieser Rechnung nur den Photonaustausch.

Aufgabe 25: Vergleichen Sie den Verlauf des Wirkungsquerschnitts der Resonanzproduktion in der nichtrelativistischen Form mit der relativistischen Form. Wählen Sie als Beispiel die e^-e^+ -Vernichtung mit $M_R = 90.1 \text{ GeV}$, $\Gamma = 2.3 \text{ GeV}$ und $\Gamma_i = \Gamma_f = 0.083 \text{ GeV}$.

Aufgabe 26: Der Wirkungsquerschnitt der Elektron-Myon-Streuung lautet:

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{s_0 y^2} \frac{1}{1 - 4m^2 M^2 / s_0^2} \left(1 - y \frac{s}{s_0} + \frac{y^2}{2} \right)$$

Hierin ist s_0 eine Abkürzung für $s - m^2 - M^2$. Leiten Sie daraus $d\sigma/d\Omega$ im Laborsystem für die Streuung eines Elektrons an einem schweren Kern ab (Mott-Streuung). Im Grenzfall $\beta \rightarrow 0$ wird daraus die Rutherford'sche Streuformel gewonnen.

Aufgabe 27: Die e^-e^+ -Paarvernichtung in punktförmige Teilchen mit Spin 0 wird berechnet, indem in

$$T_{fi} = \frac{-e^2}{q^2} j^\mu j_\mu$$

j_μ durch $p'_\mu - k'_\mu$ ersetzt wird. Bestimmen Sie $d\sigma/d\Omega$ im Schwerpunktsystem der Reaktion.

Aufgabe 28: Stellen Sie q^2 und $y = q \cdot p / e \cdot p$ als Funktion von Energie und Streuwinkel des Elektrons im HERA-Bezugssystem dar.

Aufgabe 29: In der Vorlesung wurde der Wirkungsquerschnitt der $\bar{\nu}_e e$ -Streuung in der Niederenergie-Näherung zu $G_F^2 s / 3\pi$ bestimmt. Leiten Sie die allgemeine Formel ab, indem Sie eine Propagatorkorrektur anbringen, d.h. $-1/M_W^2$ durch $(s - M_W^2 + iM_W\Gamma)^{-1}$ ersetzen. Wie lautet die Näherung für sehr hohe Energien?

Aufgabe 30: Wie groß ist die Lebensdauer des τ -Leptons, falls die Massen der Zerfallsprodukte vernachlässigt werden? ($m_\tau = 1.77$ GeV).

Aufgabe 31: Berechnen Sie den Wirkungsquerschnitt $d^2\sigma/dq^2dx$ der inelastischen Neutrino-Proton-Streuung ($\nu_\mu p \rightarrow \mu^- X$) in der Niederenergie-Näherung. Gehen Sie dabei analog zur Behandlung der Elektron-Nukleon-Streuung vor und nehmen Sie an, daß im Proton nur u, d -Quarks und ihre Antiquarks vorkommen.

Aufgabe 32: Geben Sie eine Liste von Kombinationen von Quarkdichten an, die in der $eN, \nu N, \bar{\nu}N$ -Streuung zugänglich sind.

Aufgabe 33: Bestimmen Sie die Masse des c -Quarks aus der Zerfallsbreite der Reaktion $D^+ \rightarrow e^+ \nu_e X$. ($\tau = 1.05 \cdot 10^{-12}$ s, $B = 17.2\%$.)

Aufgabe 34: Für den Zerfall $t \rightarrow Wb$ wurde in der Vorlesung

$$\sum |T_{fi}|^2 = \frac{g^2}{2} \frac{m_t^4}{M_W^2} \left(1 - \frac{M_W^2}{m_t^2}\right) \left(1 + 2 \frac{M_W^2}{m_t^2}\right) . \quad (3)$$

abgeleitet. Bestimmen Sie daraus mit der *crossing*-Technik die Zerfallsbreite der Reaktion $W \rightarrow \mu\nu$. Benutzen Sie

$$\Gamma = \frac{|\mathbf{p}_1|}{8\pi M^2} \sum |T_{fi}|^2 . \quad (4)$$

Aufgabe 35: Geben Sie im Zuschauermodell Diagramme der Zerfälle $D^0 \rightarrow K^- \pi^+$ bzw. $D^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ an und schätzen Sie das Verhältnis der Zerfallsbreiten ab.

Aufgabe 36: Die Zwei-Neutrino-Hypothese wurde in der Vorlesung durch das Fehlen des Zerfalls $\mu \rightarrow e\gamma$ begründet. Geben Sie ein Feynman-Diagramm zweiter Ordnung in der schwachen Wechselwirkung an, das diesen Zerfall erlaubt, falls L_e und L_μ nicht exakt erhalten sind.

Aufgabe 37: Für den Zerfall der W -Bosonen gilt im Ruhesystem $d\Gamma/d\Omega = \text{const.}$ Bestimmen Sie $d\Gamma/dp_T$ für bewegte Bosonen und tragen Sie es gegen p_T auf. Was fällt Ihnen auf? Welcher Bruchteil der Zerfälle liegt zwischen $p_T = 10$ GeV und $p_{T,max}$?

Aufgabe 38: Für das Studium der Neutrino-Physik werden Myon Speicherringe als Quelle von Neutrino-Strahlen diskutiert. In einem solchen Ring laufen z.B. Myonen von 50 GeV um. Wieviel Neutrinos werden in einer Zerfallsgeraden von 200 m Länge erzeugt, wenn die Rate der umlaufenden Myonen 10^{14}s^{-1} beträgt?

Aufgabe 39: Angenommen, es existiert ein schweres Lepton mit $M = 25$ GeV. Wie würde es die Lebensdauer des W -Bosons ändern?

Aufgabe 40: Das Z^0 -Boson zerfällt mit $B = 3.336\%$ in Myon-Paare. Wie groß ist $\sin^2 \Theta_W$? ($\Gamma = 2.495 \text{ GeV}$)