

Physik IV (Atomphysik)

Vorlesung SS 2003

Prof. Ch. Berger

Zusammenfassung

Das Skript gibt eine gedrängte Zusammenfassung meiner Vorlesung an der RWTH Aachen im SS 2003. Verglichen mit vielen, auch neueren Lehrbüchern wird versucht, alte Zöpfe abzuschneiden. Sie werden also keine Diskussion des Bohrschen Atom-Modells finden, die Behandlung des Zeeman-Effekts ist auf das nötigste zusammengedrängt, der Stark-Effekt fehlt, etc.etc. Bitte weisen Sie eventuell Ihre Prüfer im Vordiplom darauf hin.

3 Welle und Teilchen

3.1 Photonen

3.1.1 Röntgenstrahlung

C.W. Röntgen entdeckte 1895 eine neue Form von Strahlung, die beim Beschuß einer Metallplatte mit hochenergetischen Elektronen ($W > 1\text{keV}$) entsteht. Er erhielt 1901 den ersten Nobelpreis für Physik. Den prinzipiellen Aufbau einer Röntgenröhre zeigt Abb. 28. Durch Beugungsversuche wird bewiesen, daß die Wellenlänge $< 1\text{ nm}$ ist. Die Untersuchung der Polarisation zeigt, daß die Voraussagen der elektromagnetischen Theorie erfüllt werden (C.G. Barkla, Nobelpreis 1917 für die Entdeckung der charakteristischen Röntgenstrahlung der Elemente). Es handelt sich bei der Röntgenstrahlung also um elektromagnetische Wellen kleiner Wellenlänge. Die technische und medizinische Bedeutung besteht in der stark materialabhängigen Absorption der Röntgenstrahlung, $\sigma_{\text{abs}} \sim \lambda^3 Z^4$, deren Wellenlängenbereich sich grob zwischen 1 und 0.01 nm einengen läßt. Zur Erinnerung: Die Wellenlänge von Licht liegt zwischen 400 und 800 nm. Der allgemeine Name für kurzwellige elm. Strahlung ist γ -Strahlung (ohne Beschränkung des Wellenlängenbereichs). Die Absorption beruht auf den Prozessen der Ionisation und Anregung der Atome des Materials. Diese Prozesse werden daher auch zum Nachweis der Strahlung benutzt (Filme, Ionisationskammern, Szintillationszähler etc.).

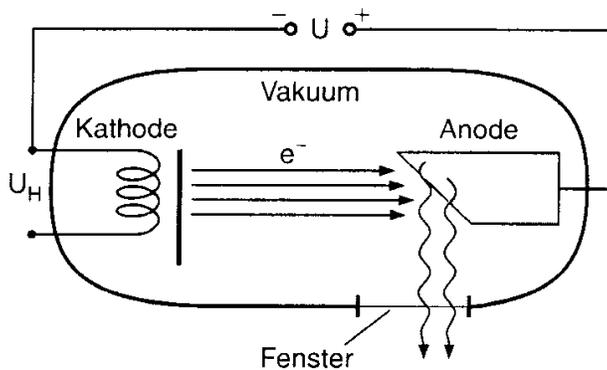


Abbildung 28: Aufbau einer Röntgenröhre. Aus Demtröder, Experimentalphysik Bd 3.

Als Beugungsgitter für Röntgenstrahlung können Kristalle verwendet werden, da der Abstand der Atome in der richtigen Größenordnung liegt. Die Atome des Kristalls werden so die Zentren der Elementarwellen im Sinne des Huygenschen Prinzips. Das Prinzip der Anordnung von Bragg zeigt Abb. 29. Die Reflexion von Wellen an einer Kristalloberfläche kann durch Interferenz der von den Streuzentren der Oberfläche ausgehenden Wellen erklärt werden. Es gilt das Reflexionsgesetz unabhängig von der Wellenlänge. Wenn man jedoch tiefer liegende Netzebenen mitnimmt, werden nur Strahlen reflektiert, die die Bragg-Bedingung

$$2d \sin \vartheta = n\lambda \tag{99}$$

erfüllen. Voraussetzung hierfür ist, daß der Brechungsindex der Röntgenstrahlung nicht von 1 abweicht. Dies ist sehr gut erfüllt. Für Kronglas gilt $n = 1 - 5 \cdot 10^{-6}$ bei $\lambda = 0.13\text{ nm}$. (Beachten Sie die Definition des Winkels ϑ im Unterschied zum Reflexionsgesetz.) Einen typischen experimentellen Aufbau zeigt Abb. 30.

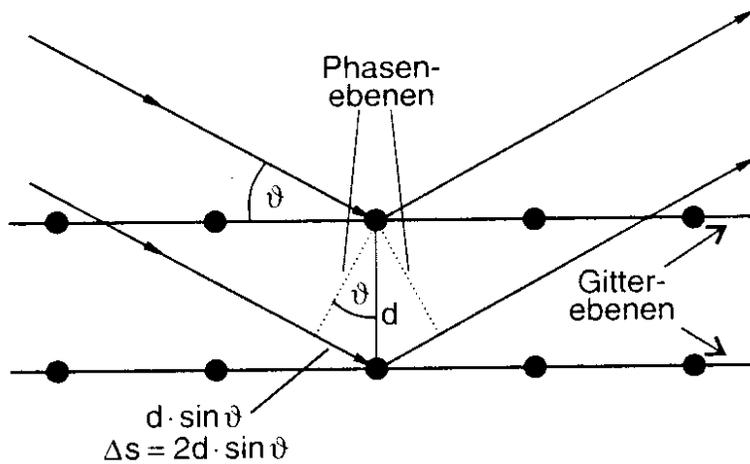


Abbildung 29: Zur Ableitung der Bragg'schen Reflexionsbedingung. Aus Demtröder, Experimentalphysik Bd 3.

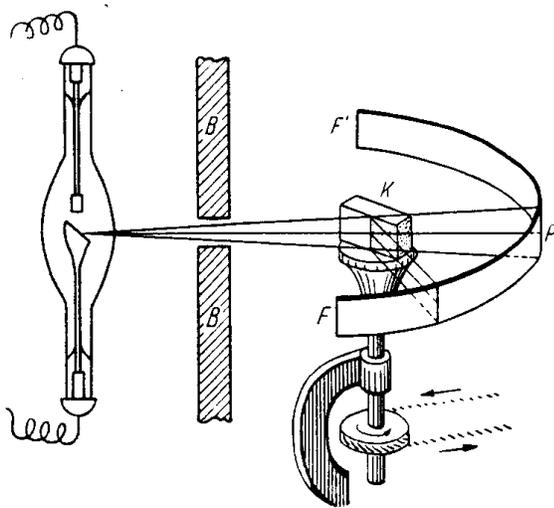


Abbildung 30: Ein Spektrograph zur Untersuchung der Röntgenstrahlung in der Anordnung von Bragg. Vater und Sohn Bragg erhielten den Nobelpreis 1915. Aus Schpolski, Atomphysik.

Die bisher betrachteten Netzebenen waren den Kristallgrenzen parallel. Neben diesen gibt es aber noch viele andere Ebenen (z.B. 4,4' in Abb. 31). Für einen feinen auftreffenden Strahl (Abb. 32) wird die Bragg-Bedingung nur in einer ganz bestimmten Richtung des Raumes erfüllt sein. Man erhält ein Laue-Diagramm (Abb. 33). Die vielen Punkte zeigen, daß die Interferenzbedingung häufig erfüllt wird. Dies ist nur bei der Verwendung einer Strahlung mit kontinuierlichem Spektrum möglich.

In der Anordnung von Debye und Scherrer wird anstelle eines Kristalls ein Pulver verwendet. Als Folge werden konzentrische Ringe von Beugungsfiguren gesehen.

Mit den diskutierten Verfahren kann bei bekanntem Abstand der Netzebenen das Spektrum der Röntgenquellen studiert werden. Umgekehrt kann nach Eichung einer Röhre der Aufbau

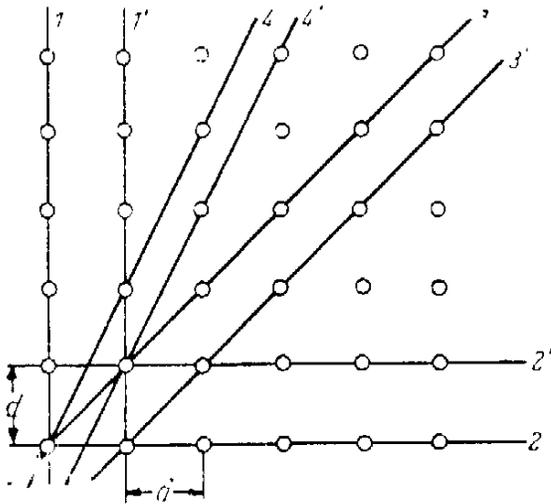


Abbildung 31: Verschiedene Netzebenen in einem Kristall. Aus Schpolski, Atomphysik.

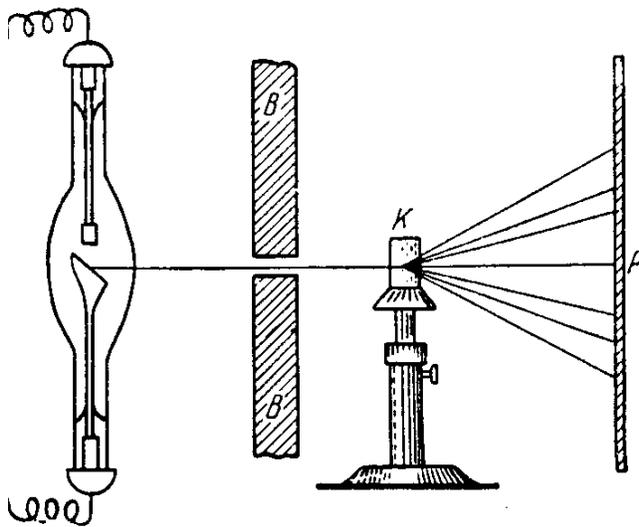


Abbildung 32: Röntgenspektrograph nach v. Laue. Aus Schpolski, Atomphysik.

der Kristalle untersucht werden. Diese Variante wird auch heute noch in der Materialforschung häufig benutzt. Das Spektrum der Strahlung ist kontinuierlich mit scharfen Linien, die vom Material der Anode abhängen (Abb. 34). Das kontinuierliche Spektrum wird als Spektrum der Bremsstrahlung bezeichnet, Elektronen strahlen bei der Abbremsung elm. Wellen ab. Auffällig ist die scharfe Kante am kurzwelligen Ende, für sie gilt mit großer Genauigkeit

$$f_{\max} = \frac{eU}{2\pi\hbar} \quad (100)$$

oder

$$\lambda_{\min} = \frac{1239.9\text{nmV}}{U} \quad (101)$$

worin U die Beschleunigungsspannung der Elektronen ist. Dies läßt sich nur erklären, wenn man der γ -Strahlung Korpuskeleigenschaften zuordnet. γ -Quanten (Photonen) haben eine Ener-

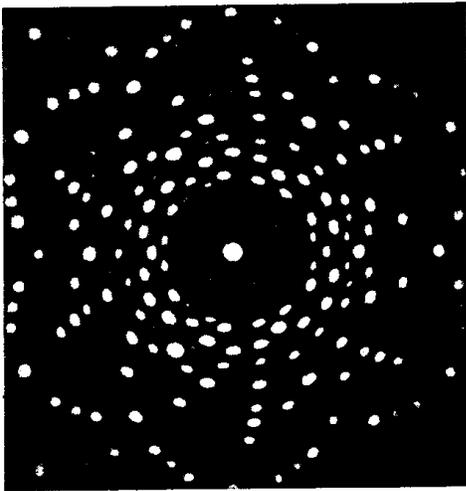


Abbildung 33: Laue-Diagramm der Röntgenbeugung in einem Quarzkristall. Aus Schpolski, Atomphysik.

gie

$$W_\gamma = hf = \hbar\omega \quad (102)$$

Jetzt findet auch das Linienspektrum eine einfache Erklärung. Die Elektronen des Materials der Antikathode können nur ganz bestimmte Energiezustände W_n einnehmen. Beim Beschuß mit den Elektronen werden die Besetzungszahlen geändert und Übergänge ermöglicht, bei denen ein Photon mit der Energie

$$W_\gamma = W_m - W_n \quad (103)$$

abgestrahlt wird.

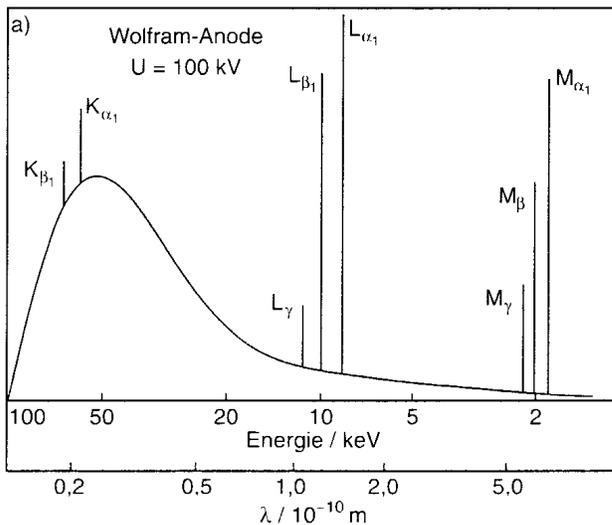


Abbildung 34: Spektrum der Röntgenstrahlung. Neben dem kontinuierlichen Spektrum (Bremsstrahlung), dessen Form universell ist, gibt es scharfe Linien, die vom Material der Anode abhängen. Aus Demtröder, Experimentalphysik Bd 3.

In der speziellen Relativitätstheorie wird für die Energie eines freien Teilchens der Geschwindigkeit v

$$W = m\gamma c^2 \quad (104)$$

mit

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (105)$$

bewiesen. Daraus folgt für die Ruheenergie $W_0 = mc^2$. Die kinetische Energie eines freien Teilchens ist als

$$W_{\text{kin}} = W - W_0 \quad (106)$$

definiert. Dieser Ausdruck geht für $v \rightarrow 0$ in die bekannte Newtonsche Formel über. Die sieht man sofort ein, wenn man (105) für kleine v entwickelt. Für den Impuls gilt

$$p = W \frac{v}{c^2} . \quad (107)$$

Da Photonen die Geschwindigkeit c haben, folgt

$$p = \frac{W}{c} = \frac{h}{\lambda} . \quad (108)$$

Mit der Definition der Wellenzahl $k = 2\pi/\lambda$ folgt daraus $p = \hbar k$. Energie und Impuls bilden einen Vierervektor $(W/c, \mathbf{p})$. Die Masse eines relativistischen Teilchens wird aus der Formel für die „Länge“ eines Vierervektors

$$(mc^2)^2 = W^2 - (pc)^2 \quad (109)$$

berechnet. Für ein Photon gilt also $m_\gamma = 0$, es ist masselos. Dies ist kein Widerspruch zu (104) und (107), da mit $v \rightarrow c$ auch $\gamma \rightarrow \infty$ gilt.

3.1.2 Photoeffekt

Ein klarer Beweis für die korpuskulare Natur der kurzwelligem elm. Strahlung liegt auch im sog. Photoeffekt vor. Er kann schon mit UV-Licht demonstriert werden. Bei Bestrahlung einer Metallplatte werden aus ihr Elektronen ausgelöst. Im Gegensatz zu den Erwartungen der klassischen Physik ist die kinetische Energie der Elektronen nicht proportional zur Intensität (I) des Lichts sondern zur Frequenz. Quantitativ gilt (Energiesatz!)

$$W_{\text{kin}} = \hbar\omega - W_0 , \quad (110)$$

worin W_0 die Bindungsenergie (oder Austrittsarbeit) der Elektronen im Metall ist. Für Wolfram gilt $W_0 = 4.5$ eV. In Übereinstimmung mit der korpuskularen Interpretation ist der Strom der ausgelösten Elektronen $\sim I$. Für die Lichtquantenhypothese von 1905 erhielt Einstein 1921 den Nobelpreis.

3.1.3 Compton Effekt

Wenn man die Röntgenbeugung als Streuung interpretiert, handelt es sich um eine gleichzeitige, phasengleiche Streuung an vielen Atomen, also eine kohärente Streuung. Bei einer Wellenlänge, die klein gegenüber dem Atomabstand wird, müssen sich in zunehmendem Maß Einzelstreuungsprozesse an Atomen beobachten lassen. Dies ist insbesondere bei großen Streuwinkeln der Fall, da die Beugung in Vorwärtsrichtung auftritt, $\sin \vartheta \sim \lambda/d$. In einem typischen Streuexperiment (Abb.19) wird eine dünne Graphitplatte von einem monoenergetischen Röntgenstrahl durchsetzt. Es wird z.B. mit einem Bragg-Spektrographen die $K_{\alpha,1}$ -Linie von Wolfram selektiert. Durch die Wahl eines monoenergetischen Strahls werden Beugungserscheinungen in einem Transmissionsexperiment zusätzlich unterdrückt.

Im Bild der klassischen Physik erwartet man, daß die einfallende Welle die Elektronen des Atoms zu Schwingungen anregt. Dadurch wird eine Kugelwelle gleicher Wellenlänge abgestrahlt. In einem großen Abstand R vom Elektron gilt für die abgestrahlte Intensität

$$I_{\text{out}} = \frac{\alpha \hbar}{4\pi c^2 R^2} a^2 \sin^2 \varphi . \quad (111)$$

Hierin ist a die Beschleunigung des Elektrons und φ der Winkel zwischen der Schwingungsrichtung des Elektrons (also der Richtung des elektrischen Feldes E der einfallenden Welle) und der Beobachtungsrichtung. Mit $dP = I_{\text{out}} dA$ wird die gesamte abgestrahlte Leistung zu

$$P = \frac{2\alpha \hbar a^2}{3c^2} \quad (112)$$

berechnet. Mit $a = eE/m$ und der einfallenden Intensität $I_{\text{in}} = c\varepsilon_0 E^2$ folgt wegen $\sigma = P/I_{\text{in}}$ schließlich

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\alpha \hbar c}{W_{0,e}} \right)^2 . \quad (113)$$

Für unser Beispiel entspricht der gemessene Wirkungsquerschnitt relativ gut dieser Vorhersage (Thomson-Querschnitt), dies gilt auch für den differentiellen Wirkungsquerschnitt (hier nicht berechnet). Bei zehnmal kleineren Wellenlängen liegen aber grobe Abweichungen vor. Besonders interessant war die Beobachtung von A.H. Compton (Nobelpreis 1927), daß in der gestreuten Welle abhängig vom Streuwinkel Θ eine Linie mit einer größeren Wellenlänge auftrat. Diese in der klassischen Physik nicht erklärable Tatsache, wird im Korpuskelbild sofort durch den Rückstoß des Elektrons erklärt. Wir untersuchen die Kinematik der Streuung von Photonen an ruhenden Elektronen. In der Gleichung

$$\gamma + e = \gamma' + e' \quad (114)$$

bedeuten die Symbole nun die Viererimpulsvektoren der einzelnen Teilchen, also z.B. $\gamma = (W_\gamma/c, \mathbf{p}_\gamma)$ und $e = (W_{0,e}/c, \mathbf{0})$. Mit

$$(\gamma - \gamma' + e)^2 = e'^2 = \frac{W_{0,e}^2}{c^2} \quad (115)$$

wird e' eliminiert und nach Ausmultiplikation der linken Seite ergibt sich

$$-W'_\gamma W_{0,e} + W_\gamma W_{0,e} - W_\gamma W'_\gamma + W_\gamma W'_\gamma \cos \Theta = 0 . \quad (116)$$

Hierbei haben wir die Regel

$$p_1 \cdot p_2 = \frac{W_{0,1}W_{0,2}}{c^2} - \mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 \quad (117)$$

für das Skalarprodukt zweier Vierervektoren benutzt. ((109) ist der Spezialfall für $p_1 = p_2$.) Außerdem gilt noch $cp_\gamma = W_\gamma$ (und entsprechend für p'_γ).

Das Resultat

$$W'_\gamma = \frac{W_\gamma W_{0,e}}{W_{0,e} + W_\gamma(1 - \cos \Theta)} \quad (118)$$

läßt sich sofort in die berühmte Beziehung

$$\lambda' - \lambda = \Lambda(1 - \cos \Theta) \quad (119)$$

umrechnen, worin

$$\Lambda = \frac{2\pi\hbar c}{W_{0,e}} \quad (120)$$

die sog. Compton-Wellenlänge des Elektrons (2426.3 fm) ist. Durch (119) werden die experimentellen Befunde der Verschiebung der Wellenlänge glänzend erklärt.

Die abgeleiteten kinematischen Formeln beziehen sich auf die Streuung an freien Elektronen. Dies ist beim Vergleich der Bindungsenergien mit der Energie des einlaufenden Photons für die äußeren Elektronen der Hülle sicherlich eine sehr gute Näherung. Für die inneren Elektronen ist diese Näherung vor allem bei Elementen mit hohem Z nicht erlaubt. Der Rückstoß wird dann vom ganzen Atom aufgenommen und dies erklärt das Auftreten einer verschobenen und einer unverschobenen Linie im Spektrum der gestreuten Photonen. Auch die gemessenen Intensitätsverhältnisse zwischen beiden Linien lassen sich mit diesem Modell qualitativ gut verstehen.

Der differentielle und totale Wirkungsquerschnitt der Compton-Streuung wird durch die quantenmechanisch berechnete Formel von Klein und Nishina (Streuung an ruhenden Elektronen)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2\Lambda^2}{8\pi^2} \left(\frac{W'_\gamma}{W_\gamma} \right)^2 \left(\frac{W'_\gamma}{W_\gamma} + \frac{W_\gamma}{W'_\gamma} - \sin^2 \Theta \right) \quad (121)$$

sehr gut beschrieben.

3.1.4 Photonen und Gravitation

Die allgemeine Relativitätstheorie (A. Einstein) geht von der Feststellung aus, daß es nicht möglich ist, zwischen einer beschleunigten Bewegung und einer Bewegung im Schwerfeld zu unterscheiden. Daraus wird abgeleitet, daß Uhren im Schwerfeld langsamer laufen. Eine einfache „Ableitung“ gelingt mit Hilfe der Photonen. Ein Photon laufe im Schwerfeld der Erde nach oben. Für Kräfte parallel zur Bewegungsrichtung ist W/c^2 das richtige Maß für die gravitative Wirkung einer Energie. Daher gewinnt das Photon beim Erreichen der Höhe H die potentielle Energie

$$\Delta W_{\text{pot}} = \frac{W_\gamma}{c^2} gH \quad , \quad (122)$$

worin g die Erdbeschleunigung ist. Die zugehörige Frequenzänderung lautet

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{gH}{c^2} . \quad (123)$$

Diese Formel wurde hier für Photonen abgeleitet, sie gilt aber für alle Uhren. Mit Hilfe des Mößbauer-Effekts (Kernphysik) können Frequenzen mit einer Genauigkeit von $\Delta f/f \approx 10^{-14}$ gemessen werden. Es gelang, (123) in einem Turm von 100 m Höhe zu verifizieren.

Ein weiterer Effekt der Relativitätstheorie ist die Ablenkung von Lichtstrahlen im Schwerfeld von Sternen, das senkrecht auf der Richtung der Strahlen steht. Zunächst betrachten wir die Ablenkung materieller Teilchen. In der Kleinwinkelnäherung folgt aus (88)

$$\Theta = \frac{2GM}{bv^2} , \quad (124)$$

worin M die Masse des Sterns und G die Gravitationskonstante bedeuten. Wegen der Äquivalenz von Energie und Masse werden auch Photonen im Schwerfeld abgelenkt. Da in der letzten Formel die Masse des vorbeifliegenden Teilchens nicht auftritt, muß nur v durch c ersetzt werden. Das so erhaltene Newtonsche Ergebnis ist falsch. In der allgemeinen Relativitätstheorie ergibt die schwierige Rechnung

$$\Theta = \frac{4GM}{bc^2} . \quad (125)$$

Dieser höchst wichtige Faktor 2 wurde experimentell bestätigt. Numerisch gilt bei streifendem Einfall an der Sonnenoberfläche $\Theta = 1.74''$.